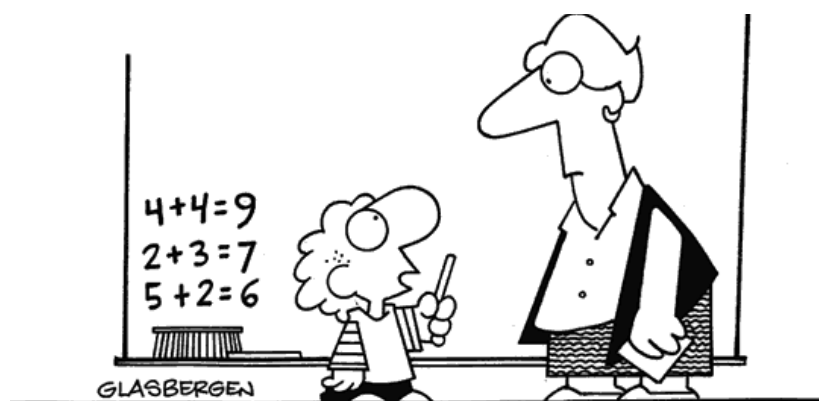


Algebra

– die Sprache der Mathematik



**“My generation will be running the world soon.
If we say $4+4=9$ then that’s the way it’s going to be!”**

Rechnen = Jonglieren mit Zahlen

Mathematik = Jonglieren mit Variablen



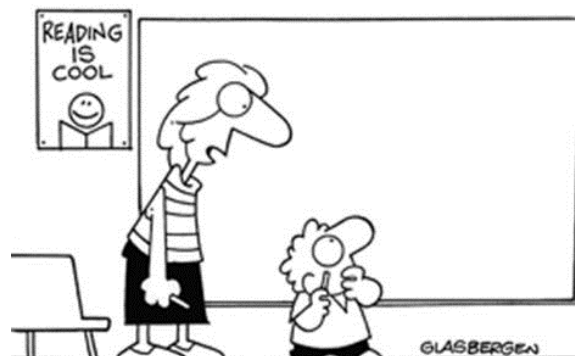
Wichtig: Jonglieren! ☺

Warum ist das Jonglieren mit Variablen eleganter?

Algebra (arabisch) = „das Zusammenfügen gebrochener Teile“

Inhalt

• Terme	3
• Einfache Produktterme und Bruchterme	4
• Gleichungen	5
• Potenzen und Potenzgesetze	6
• Produkte von Summen	8
• Binomische Formeln	9
• Faktorzerlegung	10
• Bruchterme	11
• Gleichungen mit Bruchtermen	13
• Anhang	14
Betrag, Ungleichungen	



"There aren't any icons to click. It's a chalk board."

Terme

Aufgabe 1

- a) Kinder bezahlen 13 Fr., Erwachsene 20 Fr. Welcher Term gibt die Kosten an?
 b) Ein Rechteck hat die Seitenlängen a und b. Wie lautet der Term für seinen Umfang?

Aufgabe 2

Berechnen Sie den Wert des Terms $-3x^2 + 4x$ für die Einsetzung

- a) $x = 5$ b) $x = -5$ c) $x = \frac{1}{3}$ d) $x = -0.5$

Berechnen Sie den Wert des Terms $y^2 - y + xy$ für die Einsetzung

- e) $x = 1; y = 1$ f) $x = 0; y = -2$ g) $x = \frac{1}{3}; y = 6$ h) $x = 1.5; y = 0.5$

Berechnen Sie für $a = 2$ und $b = -3$ den Wert des Terms

- i) $10 - \frac{b-1}{a}$ j) $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ k) $\sqrt{a^2+b^2}$ l) $\sqrt{a^2-b^2}$

Aufgabe 3

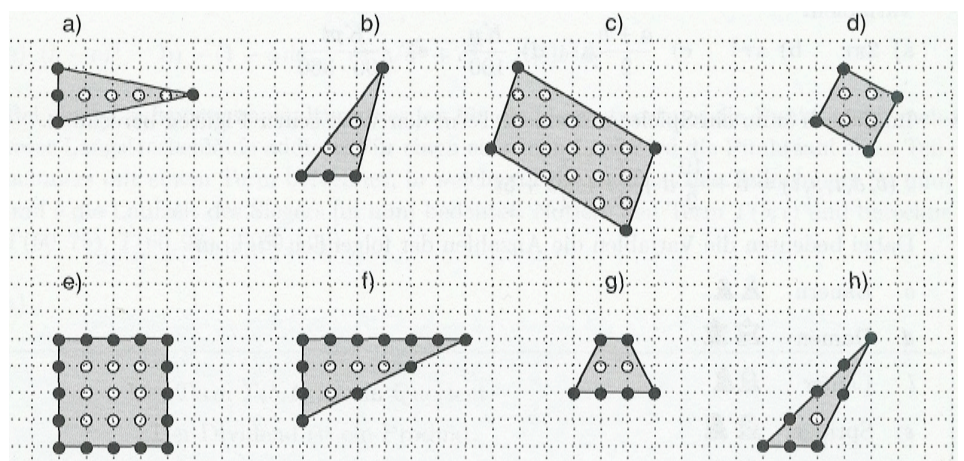
Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

- a) $4a - 3a + 2b - 13a$ b) $-a - (5a - 9)$ c) $-7x - (1 - 7x)$ d) $20a - (16a - (2a + b))$
 e) $4a - b + (b - 4a)$ f) $1 - (x - y - 1)$ g) $15t - ((3t - 6u) - v) - (5u - (20t + 4v))$

Zusatzaufgabe

a) Zählen Sie bei der Figur die Anzahl i der inneren Punkte und die Anzahl r der Randpunkte des Gitternetzes. Berechnen Sie dann den Wert der drei Terme

- $T_1(i, r) = i + \frac{1}{4}r$
- $T_2(i, r) = 1 + \frac{1}{2}(i + r)$
- $T_3(i, r) = i + \frac{1}{2}r - 1$



b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figuren und prüfen Sie, welcher der drei Terme diesen angibt.

Zeichnen Sie selber eine Figur!

Zählen Sie entsprechenden Punkte und berechnen Sie den Flächeninhalt mit Hilfe des Terms

Einfache Produktterme & Bruchterme

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie folgende Terme.

a) $(-a) \cdot b$

b) $\frac{1}{3}(-x)(-y)(-12z)$

c) $-6r - (-2) \cdot r + 5(-r)$

d) $(-\frac{1}{2}y)^2 \cdot z$

e) $(4a)^2$

f) $(3a)^2 \cdot 5a^3$

g) $4xy^3 \cdot 5x^2$

h) $ac(-2a^2c^2)$

i) $(-a)^5$

j) $(-2cd)^3$

k) $4a(-2a)(-a)3a(-a)$

l) $-2n^2(-2n)^3$

Aufgabe 2

Schreiben Sie folgende Summen und Produkte so kurz wie möglich.

a) $x^2 + x^2 + x^2 + x^2$

b) $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$

c) $y + y + y \cdot y$

d) $3a + (-a) + a \cdot a \cdot a^3$

e) $x^2y + x^2y + x^2y + xy + xy + xy + xy$

f) $-2a^3b - 7a^3b$

g) $3m^2n^3(-7m^2n^2)$

Aufgabe 3

Vereinfachen Sie durch Kürzen oder Erweitern so weit wie möglich.

a) $35a^3 : 5$

b) $4d^3 : d$

c) $b^2 : b^2$

d) $(-27c) : c$

e) $\frac{-27c^3}{-c^2}$

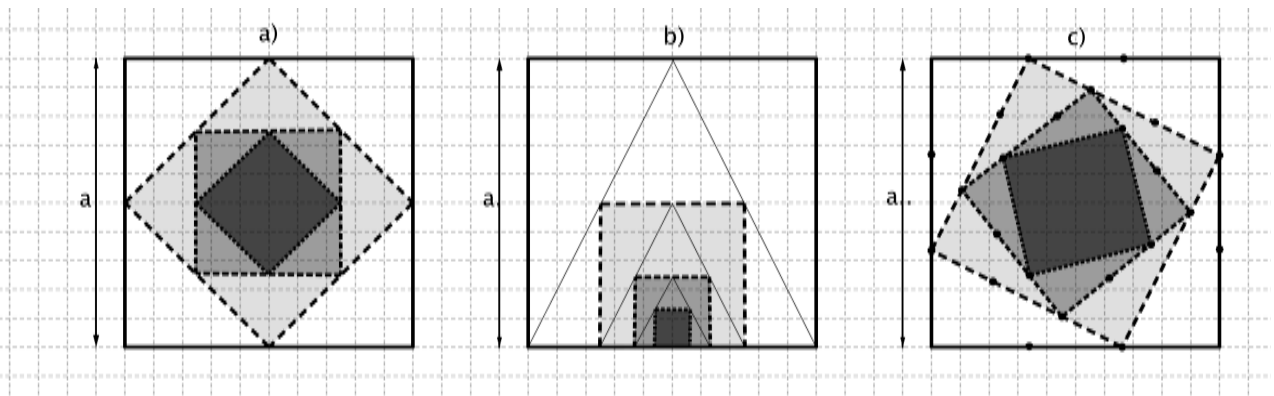
f) $\frac{24 \cdot 39 \cdot 28}{26 \cdot 18 \cdot 14}$

g) $\frac{-x^3y^4z^5}{x^2y^3z^4}$

h) $\frac{a/2}{3}$

Zusatzaufgabe

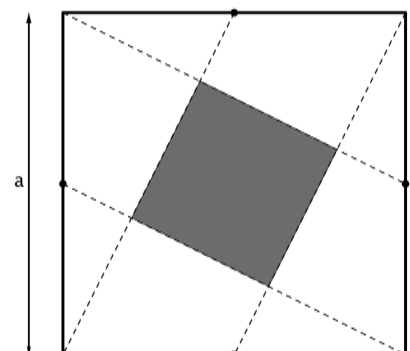
a) In drei Quadraten mit der Seitenlänge a wurden auf verschiedene Art nacheinander neue Quadrate gezeichnet. Berechnen Sie jeweils den Flächeninhalt der Quadrate in Abhängigkeit von der Seitenlänge a .



b) Zum Überlegen

Im Quadrat der Seitenlänge a wurde ein Quadrat wie abgebildet eingefügt. Wie gross ist sein Flächeninhalt?

Wenn man die Figur abzeichnet und ausschneidet, ist es gar nicht so schwer!



Gleichungen

Aufgabe 1

a) $7x - (5x + 1) = x$

b) $8(25 - 2x) = 88$

c) $4x - (3x - (2x + 1) - 9) = 1$

d) $x^2 + 4 = x(x - 7) + 4$

Aufgabe 2

Lösen Sie die Gleichung nach der Lösungsvariable x auf.

a) $a = 3x + 2$

b) $\frac{a-x}{2} = 3$

c) $ax + a = 7$

d) $ax + x = 1$

e) $a^2 - 2x = 10 - 4x$

f) $b^2 = \frac{a-x}{2}$

g) $ax + bx = c$

h) $ax + a = bx$

Aufgabe 3

Lösen Sie die Formel nach der angegebenen Variable auf.

a) $C = \frac{F-32}{1.8}$; $F = ?$

b) $t = \frac{s}{v}$; $v = ?$

c) $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$; $a = ?$

d) $s = \frac{1}{2}at^2$; $a = ?$

Aufgabe 4

a) Addiert man zu einer Zahl 15 und verdoppelt die Summe, so ergibt sich 44. Zahl = ?

b) Addiert man zu einer Zahl ihre Hälfte und ihr Doppeltes, so ergibt sich 63. Zahl = ?

c) Verlängert man die Seiten eines Quadrates um 6 cm, so verdreifacht sich der Umfang. Seite = ?

d) Der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks mit Basis $b = 6$ cm beträgt 15 cm. Schenkel = ?

Aufgabe 5

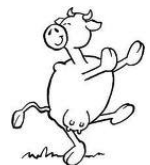
a) Lola ist 25 Jahre jünger als ihre Mutter; in 12 Jahren wird Lola halb so alt sein wie ihre Mutter. Wie alt ist Lola?

b) Der Altersunterschied zwischen Murat und Hakan beträgt 4 Jahre. Vor 10 Jahren waren sie zusammen 10 Jahre alt. Wie alt sind Murat und Hakan?

c) Eine dünne, 24 cm lange Kerze wird bei 1 Stunde Brenndauer um 1 cm kürzer. Eine dicke, 15 cm lange Kerze nimmt bei 1 Stunde Brenndauer 0.4 cm ab.

Beide Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Nach welcher Zeit sind sie gleich gross?

d) Der Bauer Toni B. hat sein Blackout. Er weiss nur noch, dass er 67 Tiere hat und viermal so viel Gummibärchen wie Stofftierli, aber nur halb so viele Badeenten wie Stofftierli. Und ja, eine Kuh hat er auch. Wie lebt Toni B.?



Zusatzaufgabe

a) $57 - 2(x + 21) = 23 - 2(x + 4)$

b) Simon ist 24 Jahre alt. Er ist doppelt so alt wie Simone war, als Simon so alt war, wie Simone jetzt ist. Wie alt ist Simone?

Potenzen und Potenzgesetze

Aufgabe 1

Schreiben Sie als Potenz.

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$

c) $s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s$

d) $(-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy)$

Schreiben Sie als Potenz von 10 (d.h. als Zehnerpotenz).

e) $100 =$

f) $1'000 =$

g) $10 =$

h) $1'000'000$

Aufgabe 2

Berechnen Sie folgende Potenzen.

a) 5^2

b) $(-5)^2$

c) 2^4

d) $(-2)^4$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

g) 1^{37}

h) 0^{10}

Aufgabe 3

Vereinfachen Sie die folgenden Terme.

a) $a + a + a + a$

b) $a \cdot a \cdot a \cdot a$

c) $\underbrace{a+a+a+\dots+a}_{n \text{ Summanden}}$

d) $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$

Aufgabe 4

Was ist richtig?

a) $2^3 > 3^2$, $2^3 = 3^2$, $2^3 < 3^2$

b) $(-2)^3 > 0$, $(-2)^3 = 0$, $(-2)^3 < 0$

c) $(-10)^2 > 10^2$, $(-10)^2 = 10^2$, $(-10)^2 < 10^2$

Aufgabe 5

Schreiben Sie ohne Klammern. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

a) $(-x)^2$

b) $(-y)^3$

c) $(-z)^5$

d) $(-a)^n$, n gerade

e) $(-10)^3 - 10^3$

f) $(-10)^4 - 10^4$

g) $a^2 + (-a)^2$

h) $a^3 + (-a)^3$

Aufgabe 6

Vereinfachen Sie.

a) $a^9 \cdot a^3$

b) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4$

c) $3x^2 \cdot 4x$

d) $ab^2 \cdot ab^3 \cdot ab^4$

e) $0.5a^2 \cdot 4a^4 \cdot 3a$

f) $0.5b^7 \cdot (-3b^2) \cdot (-b)$

g) $(-a)^2 \cdot (-a^7)$

h) $(-a^2) \cdot (-a^7)$

Aufgabe 7

Schreiben Sie ohne Klammer.

a) $(pq)^2$

b) $(5a)^3$

c) $(-5a)^3$

d) $(2pq)^2$

e) $(2^3)^2$

f) $(xy)^3$

g) $(-z^2)^3$

h) $(6 \cdot 10^4)^2$

Aufgabe 8

Berechnen Sie den Wert der folgenden Terme für $x = 2$.

a) $(3x)^3$

b) $3x^3$

c) $(3x)^3 - 3x^3$

d) $x^3 - (-3x)^3$

Aufgabe 9

Richtig oder falsch?

a) $2x^2 + 7x^3 = 9x^5$

b) $2x^2 \cdot 7x^3 = 14x^6$

c) $2x^2 \cdot 7x^3 = 14x^5$

d) $3x^2 = 3x \cdot 3x$

Aufgabe 10

Vereinfachen Sie soweit wie möglich die folgenden Summen.

a) $(-x)^3 + 6x^3$

b) $(-y)^4 + y^4$

c) $z + z^2 + z^3 + (-z)^3$

d) $(-x)^5 + 2x(-x)^4 - (-x)^7$

Vereinfachen Sie soweit wie möglich die folgenden Produkte.

e) $ab^2 \cdot ab^3 \cdot ab^4$

f) $(-3a^2) \cdot 5a^7$

g) $2(-2a)^2 \cdot (-a^7)$

h) $(-x)^6 \cdot (-x^6)$

Aufgabe 11

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

a) $(5^2)^3$

b) $(-5^2)^3$

c) $(-5^3)^2$

d) $(5^3)^2$

e) $(3ab)^4$

f) $(3a^2b)^4$

g) $8x^6 - (2x^2)^3$

h) $x^6 - (-3x^2)^3$

i) $(3x)^4 : 3x^4$

j) $6y^8 : (8y^2 \cdot 3y^4)$

k) $b^{n-5} b^5 : b^n$

l) $(xy)^n : xy^n$

Aufgabe 12

Lösen Sie die Gleichung.

a) $3^6 \cdot 3^7 = 3^n$

b) $2^7 \cdot 2 = 2^n$

c) $9^7 : 9^3 = 9^n$

d) $2^{36} : 2^6 = 2^n$

e) $(3^2)^3 = 3^n$

f) $(2^2)^n = 2^{20}$

g) $3^4 \cdot 9^2 = 3^n$

h) $2^{11} : 8 = 4^n$

Aufgabe 13

Faktorisieren Sie (= klammern Sie aus).

a) $a^3 - 2a^2$

b) $6x^4 - 2x^2$

c) $a + a^2 + a^3$

d) $2x^2 - 3x^3 + 4x^4$

Kürzen Sie.

e) $\frac{a^3 - 2a^2}{a^2}$

f) $\frac{x^3 - 2x^2}{x}$

g) $\frac{y^n - y}{y}$

h) $\frac{x^{12} + x^6}{x^6 + 1}$



Zusatzaufgabe

a) welche Zahl ist grösser? 2^{500} oder 8^{167} ?

b) Ist 2^{18} eine Quadratzahl? Ist es eine Kubikzahl?

Produkte von Summen

Aufgabe 1

Multiplizieren Sie aus (ohne Klammern schreiben).

a) $7(2b + 2)$

b) $(-a)(a + c)$

c) $(2x - y)y$

d) $\frac{9}{5} \left(\frac{3}{2}x + \frac{15}{7} \right)$

e) $(2ab + b)(-a)$

f) $4ab(3a^2 + b)$

g) $-3x^2(x^3 - x^2)$

h) $5xy^2((3x)^2 - 5y^2)$

Aufgabe 2

a) $(-1)(-c - e + f - 1)$

b) $(z^3 + z^2 + z + 1)5z^4$

c) $-x^2(-x^3 + 5x^2 + 2x)$

d) $-12x^3y^4 \left(\frac{3}{2}x^2y^3 - \frac{7}{3}x^3y^4 \right)$

Aufgabe 3

a) $(a + b)(c + d)$

b) $(a + 1)(a - 2)$

c) $(x^2 + x)(x^2 + 1)$

d) $(y^2 - z)(y - z)$

e) $(a + b)(a + b + c)$

f) $(a + 1)(a^2 + a + 1)$

g) $(m + 2n - 1)(m - n)$

h) $(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)$

Aufgabe 4

Schreiben Sie folgende Terme ohne Klammern.

a) $3x(x - 7)(-2x + 5)$

b) $(3x - 7)(5x + 2)\left(a - \frac{1}{2}b\right)$

Aufgabe 5

Lösen Sie die folgenden Gleichungen.

a) $7x - 2(3 - 2x) = 4x + 12 - (2x + 20)$

b) $9(a - 2x) = 2(b - 6x)$

c) $(x + 1)(x + 7) = (x + 2)(x + 3)$

d) $3(x + 1)(x + 4) = (3x + 6)(x + 3)$



Zusatzaufgabe

a) Die Produkte $7 \cdot 10$ und $8 \cdot 9$ unterscheiden sich um 2. Gilt dies immer, wenn man bei 4 aufeinander folgenden Zahlen die grösste und die kleinste sowie die beiden mittleren Zahlen multipliziert?

b) Die Produkte $7 \cdot 13$ und $9 \cdot 11$ unterscheiden sich um 8. Gilt dies immer, wenn man bei 4 aufeinander folgenden ungeraden Zahlen die grösste und die kleinste sowie die beiden mittleren Zahlen multipliziert?

*** Enträtseln Sie den Trick! ***

„Denke dir zwei Zahlen. Multipliziere und addiere sie nun. Addiere und subtrahiere jetzt die beiden erhaltenen Ergebnisse. Nenne mir nur die Ergebnisse dieser Addition und Subtraktion....“

Nun lassen sich die beiden ursprünglichen Zahlen angeben. Wie?

Tipp: Der Rätselsteller addiert 1 zu den ihm genannten Zahlen und zerlegt dann in ein Produkt...



Binomische Formeln (!)

Aufgabe 1

Multiplizieren Sie aus mit Hilfe der binomischen Formeln.

- a)** $(x + y)^2$ **b)** $(a - x)^2$ **c)** $(2x - y)^2$ **d)** $(x^2 + y^3)^2$
e) $(9x^2 - 4)^2$ **f)** $2(a^3 - 0.5b^2)^2$ **g)** $-(-1 + s)^2$ **h)** $(x^2 - x)^2(x + y)^2$

Multiplizieren Sie aus. Verwenden Sie dabei – so weit möglich – die binomischen Formeln.

- i)** $10(x + 7y)^2$ **j)** $(x - y)(3x - 2y)^2$
k) $\frac{1}{9}uv(u + 3v)(u - 3v)$ **l)** $(0.7x^2 + 2y)(-0.7x^2 + 2y)$

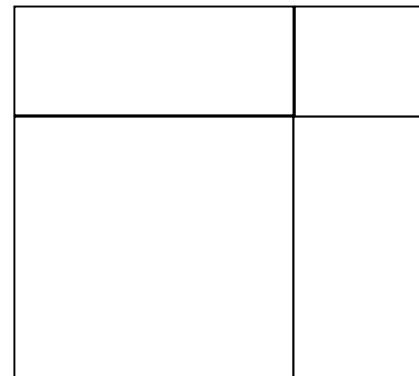
Aufgabe 2

Die binomische Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ kann für positive Zahlen a und b *geometrisch* interpretiert werden.



- a)** Wählen sie in der Figur geeignete Quadrate mit den Seitenlängen a und b und interpretieren Sie in dieser Figur $(a + b)^2$.

Schreiben Sie dazu die Summanden a^2 , ab und b^2 in die entsprechenden Felder.



- b)** Ein häufiger Fehler ist die Umformung: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. Sie ist *falsch*. „Sehen“ Sie warum? Was für ein Zeichen ($<$, $>$, \leq , \geq) muss man richtigerweise anstelle des Gleichheitszeichens setzen?

Aufgabe 3

Berechnen Sie (im Kopf!) mit Hilfe der binomischen Formeln.

- a)** 81^2 **b)** 78^2 **c)** 104^2 **d)** $81 \cdot 79$

Aufgabe 4

- a)** $(x + y)^3$ **b)** $(x^2 + y)^3$ **c)** $(2x^2 + y)^3$ **d)** $5((2x)^2 - y)^3$

Aufgabe 5

Erhöht man eine Zahl um 1, so nimmt ihr Quadrat um 5 ab. Wie lautet die Zahl?
Überlegen Sie zuerst: kann es überhaupt eine solche Zahl geben?
Falls nein, warum? Falls ja, wie heisst die Zahl?

Zusatzaufgabe

Gibt es Herrn Binomi?

Faktorzerlegung ...

... durch Ausklammern

Aufgabe 1

Faktorisieren Sie die Summen, indem Sie alle gemeinsamen Faktoren ausklammern.

a) $3x - ax + 5bx^2$

b) $21a^2b - 28ab^2$

c) $x(a - b) - 7y(a - b)$

d) $2r(x + 1) + x + 1$

e) $3(x + y) - q(y + x)$

f) $3(x - y) + q(y - x)$

g) $au + 2av + 4bu + 8bv$

h) $pr - ps - qr + qs$

Aufgabe 2

Zerlegen Sie – sofern möglich – vollständig in Faktoren.

a) $6x^3y + 8x^2y^2 - 12x^2y - 16xy^2$

b) $cx + dx + cy - dy$

c) $2a(2cx^2 + c^2x)$

d) $5a^2b(3a + 1)(3c + 33)$

Tipp für e) bis h): Binomische Formeln!

e) $2x^2 + 4xy + 2y^2$

f) $a^2 - 9b^2$

g) $5 - 5x^2$

h) $72ax + 81a^2 + 16x^2$

Aufgabe 3

Lösen Sie die folgenden Gleichungen.

a) $x^2 - 10x = 0$

b) $x^2 - 3x = 0$

c) $2x^2 + 18x = 0$

d) $x^2 = x$

e) $x + 10x^2 = 0$

f) $9x = x^3$

g) $9x^2 = 6x - 1$

h) $x^3 = 25b^2x$

... von quadratischen Polynomen

Aufgabe 4

Zerlegen Sie, falls möglich, die (quadratischen) Polynome.

a) $x^2 + 9x + 20$

b) $y^2 - 15y + 54$

c) $x^2 + 18x + 72$

d) $y^2 - 19y + 48$

e) $x^2 + 4x - 5$

f) $a^2 - a - 30$

g) $x^2 + 4x - 6$

h) $5y^2 + 10y - 75$

i) $n^3 - n^2 - 2n$

j) $-4t^2 - 4t + 48$

k) $x^2 + 9x - 90$

l) $q^2 - 16q - 36$

m) $a^2 + 6a - 10$

n) $3q^3 - 48q^2 - 108q$

o*) $m^4 - 5m^2n - 24n^2$

p*) $2b^5 + 9b^4 - 5b^3$

Aufgabe 5

Lösen Sie die folgenden Gleichungen.

a) $x^2 + 9x + 20 = 0$

b) $2y^2 - 30y + 108 = 0$

c) $a^2 - a = 30$

d) $7n^3 - 28n = 0$

Zusatzaufgabe

Begründen Sie, dass der Term $n^3 - n$ für jede natürliche Zahl n eine durch 6 teilbare Zahl ergibt.



Bruchterme

Aufgabe 1

Kürzen Sie soweit wie möglich.

a) $\frac{8x^2y^7}{24x^3y^2}$

b) $\frac{-42x^9y}{6^2x^7y}$

c) $\frac{x^2-y^2}{3x+3y}$

d) $\frac{6u-8v}{9u^2-16v^2}$

e) $\frac{n^3-n}{n^3+n^2}$

f) $\frac{n^3-n}{n^3+6}$

g) $\frac{b^3-4b^2+4b}{3b^2-6b}$

h) $\frac{72x^2-128y^2}{6x^2y-8xy^2}$

i) $\frac{x^2+2x-15}{x^3-6x^2+9x}$

j) $\frac{x^7-4x^5}{x^3+2x^2}$

Aufgabe 2 Addition/Subtraktion

a) $\frac{5z}{6} - \frac{z}{6} + \frac{12z}{6}$

b) $\frac{a+bx}{x} - \frac{a-xb}{x}$

c) $\frac{x^2+x-8}{2x} - \frac{x^2-7x-3}{2x} + \frac{2x^2-4x+5}{2x}$

d) $\frac{cd}{b-d} - \frac{bc}{b-d}$

e) $\frac{q}{p-q} - \frac{p}{p-q}$

f) $-\frac{s^3}{s^2-1} + \frac{s^2}{s^2-1}$

Aufgaben g) bis t): **zuerst gleichnamig** machen!

g) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3}$

h) $\frac{5}{y^3} - \frac{1}{y^2}$

i) $\frac{7s}{18} - \frac{4s-9}{45}$

j) $\frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{a}$

k) $\frac{c-2}{c^3} - \frac{c+1}{c^2}$

l) $-\frac{2u+v}{u^2v} + \frac{(u-v)^2}{(uv)^2} + \frac{u-3v}{uv^2}$

m) $\frac{x}{3} + y$

n) $\frac{x-y}{3x} - 1$

und jetzt: **schwieriger!** Evt. den (kleinsten) gemeinsamen Nenner separat bestimmen!

o) $\frac{z^2}{z+1} - z$

p) $\frac{8}{n+5} - \frac{n+2}{n}$

q) $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x+2}$

r) $\frac{4a+b}{3a+3b} - \frac{3a-b}{4a+4b}$

s) $\frac{4}{z-1} + \frac{z}{z^2-1}$

t) $\frac{x+2}{5x^2} - \frac{4x+4}{5x^3+10x^2}$

Aufgabe 3 Multiplikation/Division

a) $3 \cdot \frac{4}{5}$

c) $6ab \cdot \frac{9a}{4b}$

e) $(3x + 3y) \cdot \frac{9c}{x+y}$

g) $\frac{-xy^2}{35z^3} \cdot \frac{7z^2}{x^2y^2}$

b) $(-a) \cdot \frac{b}{-c}$

d) $\frac{2x^3}{11y^3} \cdot 44(xy)^2$

f) $(2k - 7) \cdot \frac{k}{7-2k}$

h) $\left(-\frac{x}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{2y}{3x}\right)^2$

Aufgaben i) bis l): falls möglich zuerst kürzen!

i) $\frac{m-n}{3m} \cdot \frac{5m}{2m-2n}$

k) $\frac{t}{4u+4v} \cdot \frac{3u^2-3v^2}{t^2+t}$

j) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{xy}$

l*) $(x^2 + xy - x) \cdot \frac{y}{x^2 + 2xy + y^2 - 1}$

Aufgabe 4

Vereinfachen Sie.

a) $xy \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$

c) $\left(\frac{p}{q} - 1\right)^2 - \left(\frac{p}{q} + 1\right)^2$

b) $\left(\frac{n}{2} - \frac{1}{n}\right)^2$

Aufgabe 5

Vereinfachen Sie die folgenden Doppelbrüche.

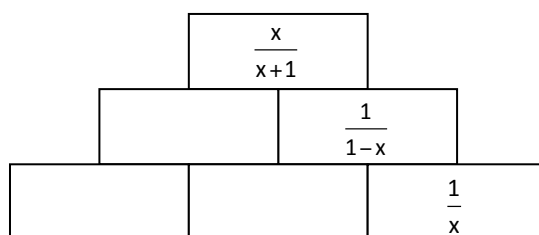
a) $\frac{\frac{5x^2}{14y}}{\frac{15y}{7y}}$

b) $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

Zusatzaufgabe

a) Warum darf man nicht durch 0 teilen?

b) In der „Mauer“ ist jeder Term die Summe der beiden darunter stehenden Terme. Ergänzen Sie!



Gleichungen mit Bruchtermen

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Gleichungen auf.

a) $\frac{x}{6} - \frac{x}{2} = \frac{x}{9} - 12$

b) $\frac{4x+5}{5} - \frac{3x-3}{4} = 2$

c) $\frac{2}{x} = -18$

d) $\frac{1}{2} = \frac{5}{3x}$

Aufgabe 2

a) $x + \frac{x}{p} = 1$

b) $2x - \frac{dx}{2} = c$

Aufgabe 3

a) $\frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}(x-1) \right) - \frac{1}{16} = 0$

b) $\frac{x}{c-d} - \frac{x+c+d}{c^2-d^2} = 0$

Aufgabe 4

Lösen Sie die Gleichung nach jeder Variable auf.

a) $A = \frac{abc}{4r}$

b) $s = \frac{1}{1-q}$

c) $\frac{x}{a} = \frac{h-x}{h}$

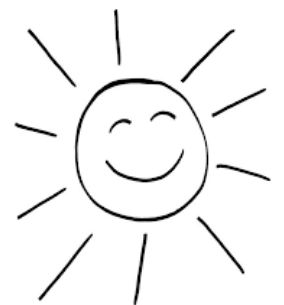
d) $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Aufgabe 5

Vermutlich wissen Sie, dass sich Licht mit einer Geschwindigkeit von rund 300'000 km/sec ausbreitet.

Vielleicht haben Sie auch schon gehört, dass Sonne und Erde einen Abstand von 150 Millionen Kilometer haben.

Wie lange ist ein Sonnenstrahl unterwegs, bis er Sie bräunt?



Betrag

$|x|$ heisst **Betrag** von x . Er „misst“ den Abstand von x zur 0 auf der Zahlengeraden.

Beispiele

a) $|7| = 7$

b) $|-13.5| = 13.5$

Betragsgleichung

a) $|x| = 5$

zwei Lösungen: $x_1 = 5$ und $x_2 = -5$

b) $2|x-3| = 10$

$x_1 = 8$ und $x_2 = -2$

Aufgabe 1

Berechnen Sie.

a) $|5-2|$

b) $|2-5|$

c) $|6-6|$

d) $-5 \cdot |-5|$

e) $-|-0.5 \cdot (-0.3)|$

f) $||3|-|-4||$

Aufgabe 2

Welche Zahlen erfüllen die Gleichung?

a) $|x| = 2.5$

b) $|x| = -10.3$

c) $|x-3| = 5$

d) $|x+5| = 3$

e) $2|x-8| = 16$

f) $|x| = x$

Ungleichungen

Werden Ungleichungen mit einer negativen Zahl multipliziert, dann „kehrt“ das Ungleichheitszeichen.

Aufgabe 3

Lösen Sie die Ungleichungen.

a) $2 - 3x > -8 - 8x$

b) $-5a \leq a + 9$

b) $3(x + 7) < 5x + 27 - 2(10 - x)$

d) $(y + 2)(y + 7) \leq (y - 2)(y - 7)$

Aufgabe 4

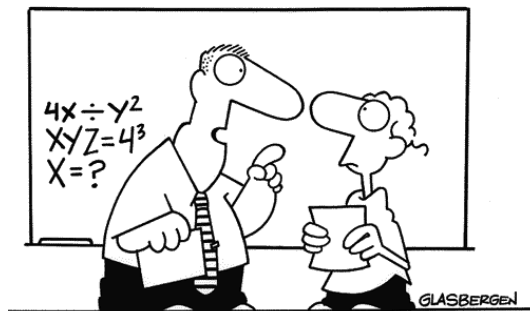
Lösen Sie die Ungleichungen. Achtung: es sind *quadratische* Ungleichungen!

a) $x^2 \geq 49$

b) $5x^2 \geq 0$

c) $a(a - 3) > 0$

d) $(y + 1)(y - 1) > 35$



“Algebra class will be important to you later in life because there’s going to be a test six weeks from now.”