

Vektorgeometrie

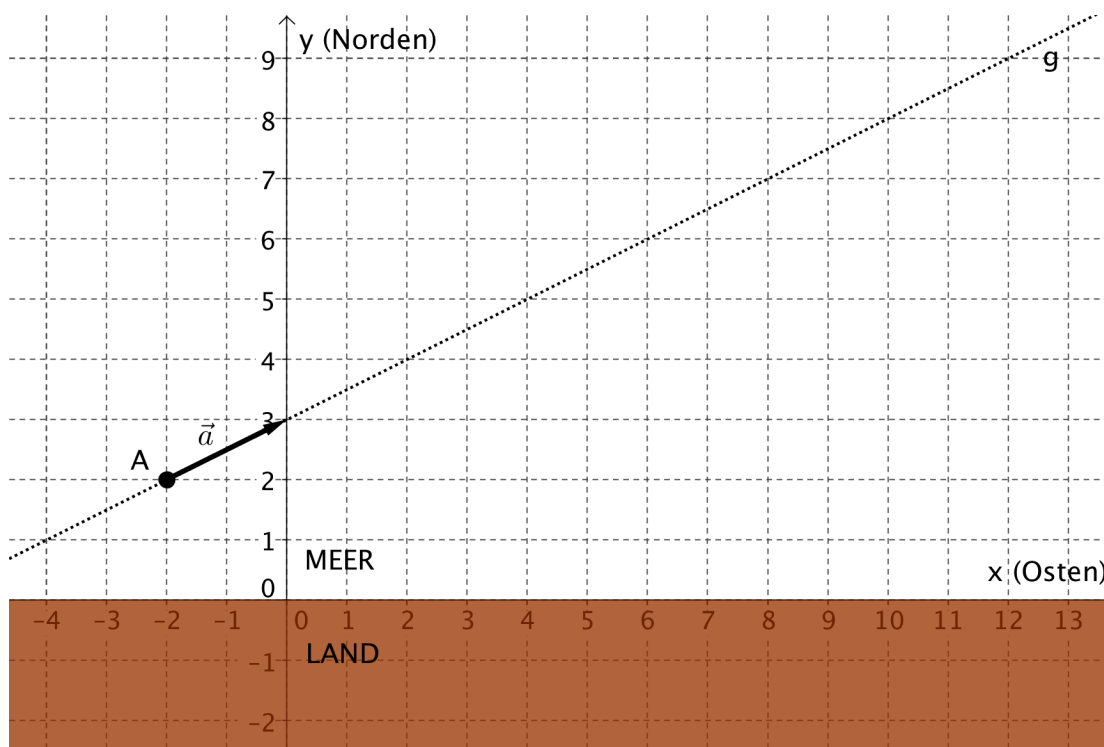
Gerade 2D

Inhalt

1	Einstieg	3
2	Gerade 2D	4
3	Aufgaben	7
4	Lösungen	11



1 Einstieg



Einstiegsbeispiel Schiffahrt (Ausgangspunkt, Richtungsvektor, Parameterdarstellung der Geraden)

Ein Schiff fährt geradeaus. Der Kurs/Fahrt des Schiffes wird beschrieben durch die Gerade g.

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{Einheit in km, } t \text{ in h})$$

Für jeden Wert von t ergibt sich eine Position des Schiffes.

Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch die Position des Schiffes für:

t = 1 (nach einer Stunde) t = 2.5 (2½ Stunden), t = -2 (vor 2 Stunden)

- Wann befindet sich das Schiff im Punkt Q(7/6.5)?
- Wo und wann verlässt das Schiff die Küstengewässer (Zone bis 5.5 km)?
- In welche Himmelsrichtung und wie schnell fährt das Schiff?
- Wie lautete die Gleichung der Fahrt bei derselben Richtung, aber doppelter Geschwindigkeit?

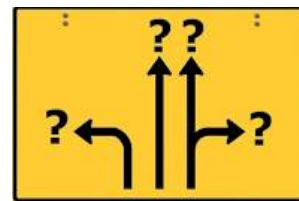
Ein zweites Schiff legt im Punkt B(1/0) ab mit Richtung/Geschwindigkeit $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- Geben Sie die Gleichung der Fahrt dieses zweiten Schiffes an.
- Wo schneiden sich die Kurse der beiden Schiffe? Kollidieren die beiden Schiffe?
- Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Kurse?

2 Gerade 2D

Es gibt **3 Grundaufgaben** im Zusammenhang mit Geraden.

Alle weiteren Aufgaben lassen sich auf diese Grundaufgaben zurückführen!



➔ Grundaufgabe 1 Punkte und Gerade

a) Punkttest und laufender Punkt

Gegeben sei die Gerade $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Liegt der Punkt $P(7/2)$ auf der Geraden g ?
- Welche Form, abhängig von t , hat ein Punkt L auf g (L heisst auch *laufender Punkt*)?

b) Gerade durch zwei Punkte

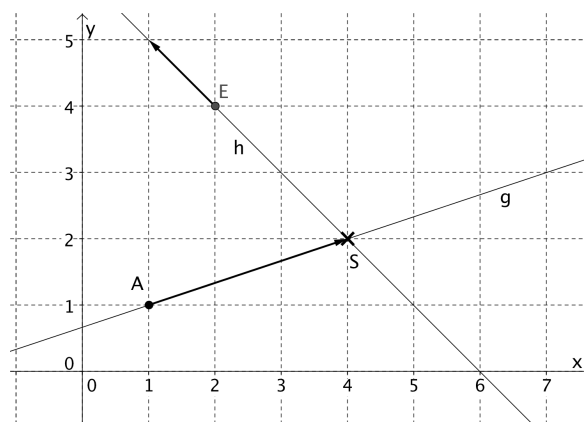
Wie lautet die Parametergleichung der Gerade h durch die Punkte $C(2/4)$ und $D(1/5)$?

➔ Grundaufgabe 2 Schnittpunkt und Schnittwinkel

Vgl. Abbildung:
Wie lauten die Gleichungen der Geraden von g und h ?

Berechnen Sie den

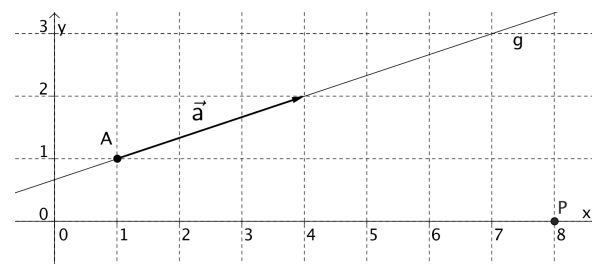
- den Schnittpunkt
- den Schnittwinkel von g und h .



➔ Grundaufgabe 3 Abstand Punkt–Gerade

Vgl. Abbildung:
Wie lautet die Gleichung der Geraden von g ?

- Welcher Punkt auf der Geraden g hat vom Punkt $P(8/0)$ den Abstand 4?
- Berechnen Sie den Abstand von P zur Geraden g .



Zusatzfrage

Welchen Zusammenhang gibt es zwischen den Werten für t in a) und b)?

Beispiel 1 Grundaufgaben

a) Gerade und Punkte

a₁) Gegeben ist die Gerade $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Liegt der Punkt P(-8/11) auf g? Liegt der Punkt Q(-8/10) auf g?
- Welche „Form“ haben die Punkte auf g? („laufender“ Punkt)

a₂) Gegeben sind die Punkte A(-2/8) und B(2/2).

Geben Sie eine (möglichst einfache) Parametergleichung der Geraden g(AB) an.

b) Schnittpunkt, Schnittwinkel

Berechnen Sie Schnittpunkt und Schnittwinkel von $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Hinweis verschiedene Parameter einführen!

c) Abstand Punkt-Gerade

Gegeben ist $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und P(2/-3).

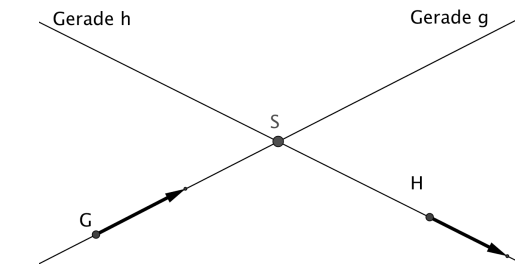
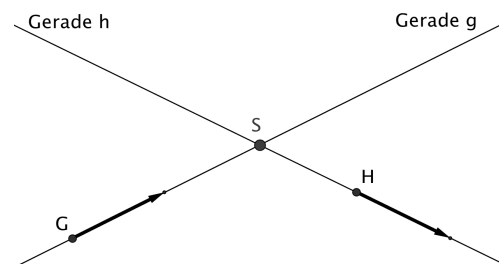
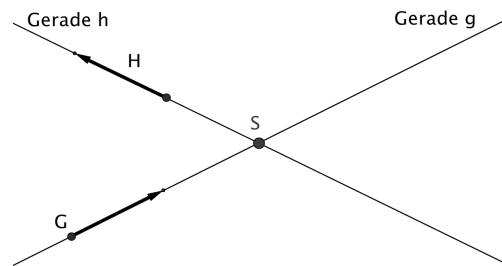
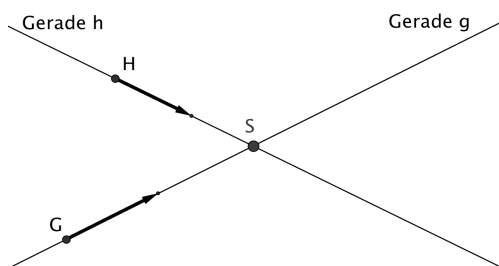
- Welche Punkte auf g haben von P den Abstand 5? Welche haben den Abstand 6?
- Berechnen Sie den Abstand von P zu g.

Beispiel 2 Interpretation von Parametern und Schnittwinkeln

a) Seien zwei Geraden gegeben durch $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie den Schnittpunkt S und den Schnittwinkel.

b) *Genau eine* der folgenden vier Skizzen gibt den in a) berechneten Sachverhalt qualitativ richtig wieder. Welche Skizze ist es? Und was ist an den anderen falsch?



Beispiel 3 Grundaufgaben kombiniert

Gegeben sind die Punkte $A(-3/-4.5)$, $B(0/7.5)$ und $C(8/-11.5)$.

a) Zeigen Sie, dass C nicht auf der Geraden $g(AB)$ liegt.

b) Berechnen Sie den Abstand von C zu g .

c) Berechnen Sie Schnittpunkt und Schnittwinkel der Geraden g und $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 2.25 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Beispiel 4 Interpretation von Parametern und Schnittwinkeln

Gegeben sind die Geraden $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie den Schnittpunkt S und den Schnittwinkel.

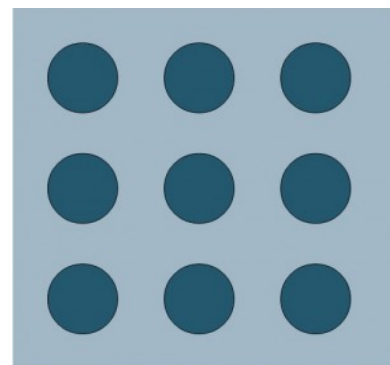
b) Machen Sie eine *qualitative* Skizze der beiden Geraden, welche die in a) berechneten Werte richtig wieder gibt.

Beispiel 5 Interpretation von Parametern und Schnittwinkeln II

Wie Beispiel 4 für die Geraden $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$.

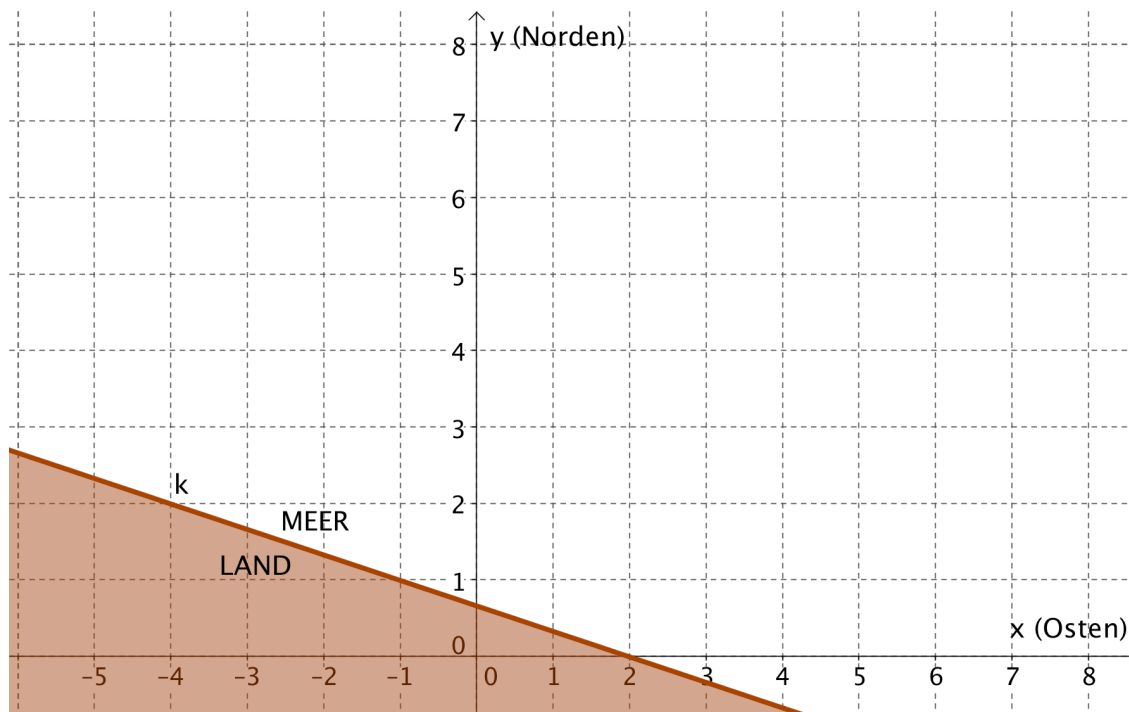
Herausforderung

mit 4 geraden Linien alle Punkte verbinden



3 Aufgaben

Aufgabe 1 Segelschiff



Eine Schifffahrt wird beschrieben mit $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ (Einheit in 10 km, t in h ab 12.00 Uhr).

Hinweis Rechnen! Ablesen nur als Kontrolle!

a) Zeichnen Sie diese Fahrt in der Zeichnung ein und geben Sie die Koordinaten des Schiffes an: um 13.00 Uhr, um 14.00 Uhr, um 15.00 Uhr, um 11.30 Uhr. Zeichnen Sie diese Positionen ein.

b) In welche Himmelsrichtung und wie schnell fährt das Schiff?

c) Wie lange geht die Reise zur Insel I(30.5/14.5)?

d) Wann und wo ist die x-Koordinate der Schiffsposition erstmals grösser als 20?

e) Ein zweites Schiff legt ab im Punkt B(2/0) und hält Kurs Richtung Norden. Wo und unter welchem Winkel schneiden sich die Kurse der beiden Schiffe?



f) Die Küstenlinie k lässt sich auch mit Hilfe einer Gleichung beschreiben. Vorschläge:

$$k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \dots$$

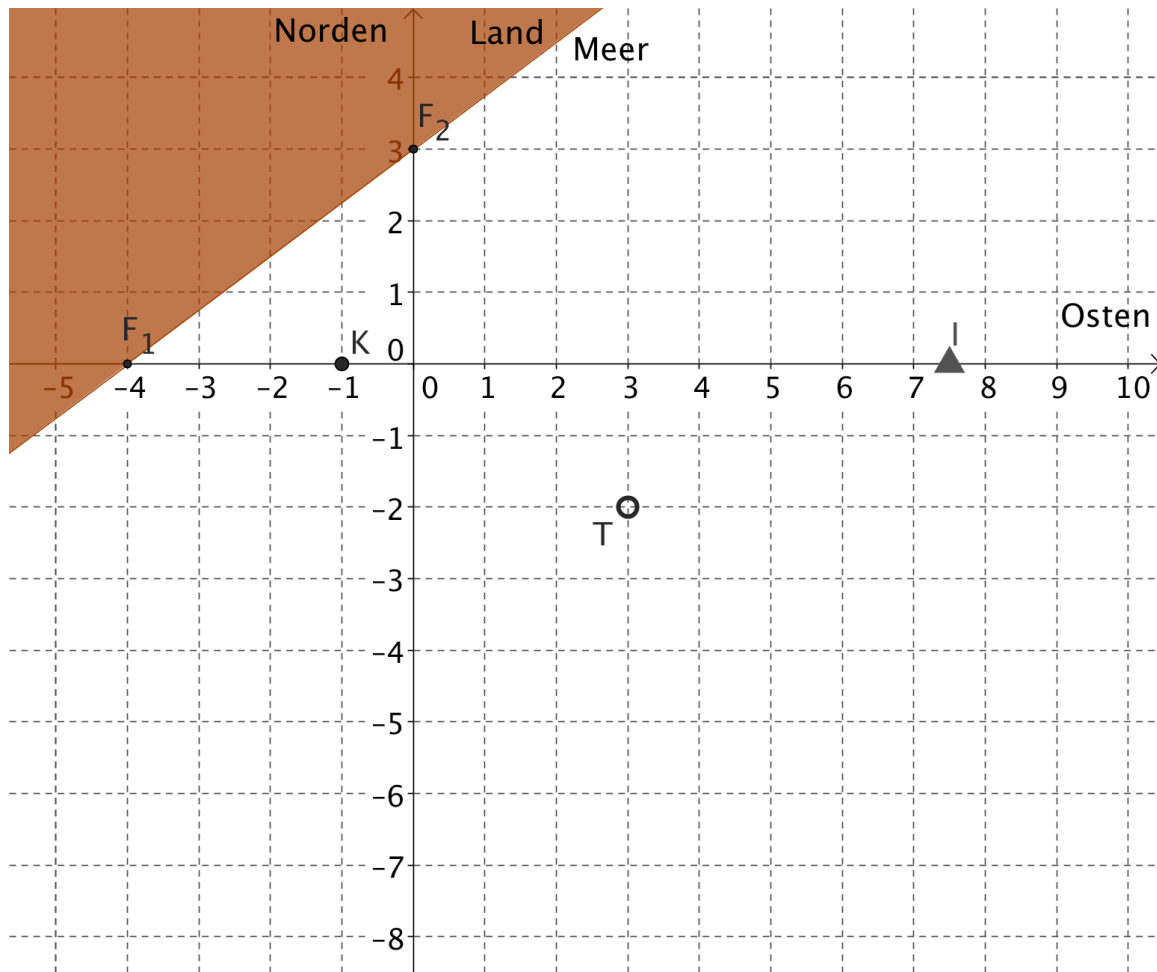
Sind alle Vorschläge richtig? Machen Sie einen weiteren Vorschlag!

g) Berechnen Sie, um welche Zeit und wo das erste Schiff vom Land ablegte. Spielt es eine Rolle, mit welcher Gleichung der Küstenlinie man rechnet?

h) Berechnen Sie, unter welchem Winkel das 1. Schiff ablegte.

i) Wie weit wäre ein eventueller Kollisionspunkt der beiden Schiffe vom Ufer entfernt?

Aufgabe 2 Kreuzfahrtschiff



Ein Kreuzfahrtschiff fährt in Richtung $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$. Zur Zeit $t = 0$ befindet es sich in $K(-1/0)$.

Weiter befindet sich bei $I(7.5/0)$ eine Insel und bei $T(3/-2)$ liegt ein Tanker vor Anker. An der geradlinig verlaufenden Küste befinden sich die Fischerdörfer $F_1(-4/0)$ und $F_2(0/3)$ und der Hafen H , wo die Kreuzfahrtschiffe ablegen. (Einheit in km.)

- a)** Zeichnen Sie die Route des Kreuzfahrtschiffes ein. Weiter:
- Beschreiben Sie die Route durch eine Parametergleichung.
 - In welche Himmelsrichtung und wie schnell fährt das Schiff?
- b)** Beschreiben Sie die Küstenlinie mit Hilfe einer Geraden. Weiter:
- Wo liegt der Hafen?
 - Wann und unter welchem Winkel hat das Schiff dort abgelegt?
- c)** Wie nah kommt das Kreuzfahrtschiff der Insel I ?
- d)** Wann und wo ist das Kreuzfahrtschiff dem Tanker T näher als 2 km?
- e)** 10 km vom Land entfernt darf der Kapitän erstmals von der Brücke und sich unter die VIP-Gäste mischen. Wann darf er das?



STX Europe, mit über 350 m Länge das aktuell grösste Kreuzfahrtschiff der Welt.

Aufgabe 3 Ölbohrung

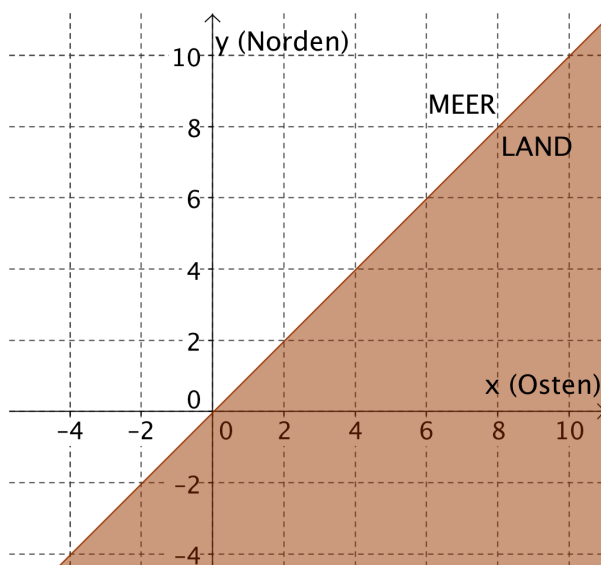
Die Städte Erdinger Moos (2/-4) und Frunse Wald (6/4) wollen einen gemeinsamen Hafen bauen. Der soll von beiden Städten die gleiche Entfernung haben und mit Vorteil am Meer sein. (Einheit in km)

a) Zeichnen Sie die Städte ein und bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch, wo der Hafen gebaut wird.

b) Wie weit ist der Hafen von den Städten entfernt?

c) In Richtung Nordwesten soll vor dem Hafen 6.5 km im Meer draussen eine Probebohrung nach Öl durchgeführt werden. Lokalisieren Sie diesen Ort.

Hinweis Vektor „strecken“ (kollineare Vektoren)



„Jede geometrische Figur kann in eine algebraische Gleichung umgewandelt werden und jede algebraische Gleichung in eine geometrische Form.“

„Für mich sind alle Dinge Mathematik.“

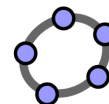


René Descartes (1596-1650)

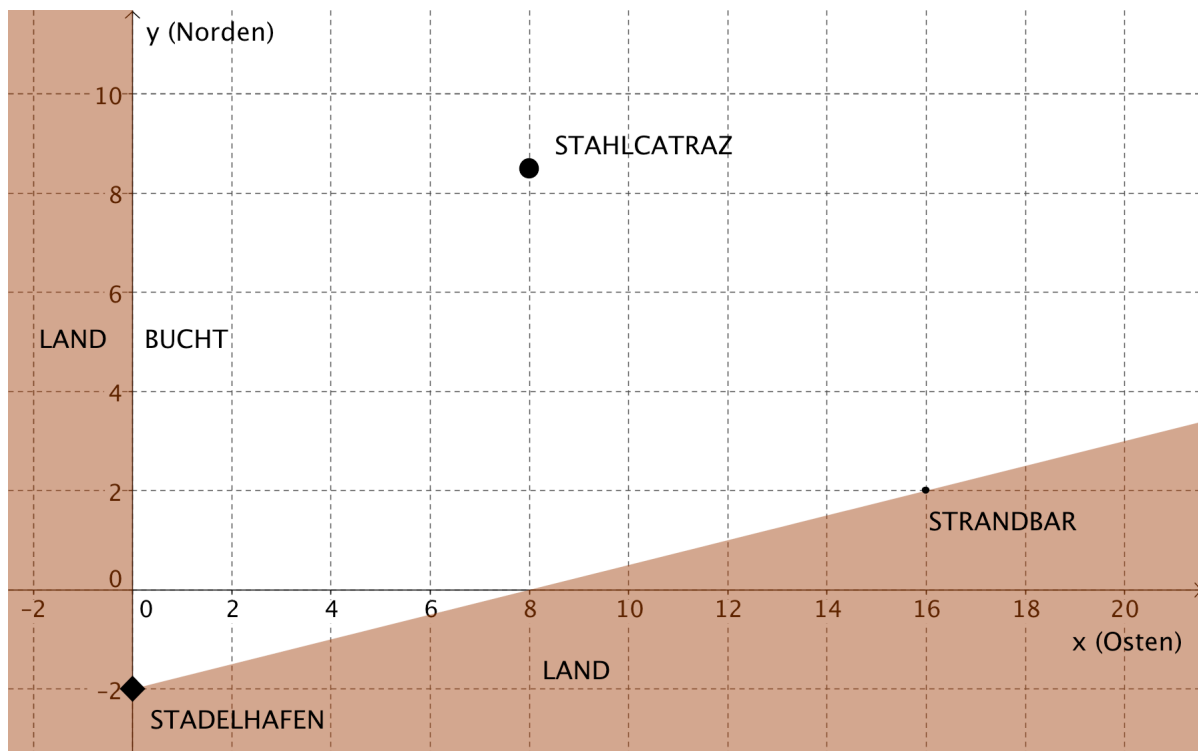
Zur Problematik:

Darf man „Punkte“ und „Vektoren“ addieren?

Wie handhabt eigentlich **geogebra** dieses “Problem“?



Aufgabe 004 plan de serviette



Alle Einheiten in km

Stahlcatraz ist die berühmteste Gefangeneninsel. Sie wollen fliehen, aber die haben da einen Gefängniswärter, den Bucher, der ist natürlich auch ganz schlau, also, vielleicht nicht wie Sie, weil schwierig, aber immerhin. Sie haben den Plan auf eine Serviette gekritzelt:

Es ist: Stahlcatraz (8/8.5), Stadelhafen (0/-2), Strandbar (16/2).

P
L
A
N

A
C
T
I
O
N

- a) Am liebsten würden Sie natürlich direkt zur Strandbar schwimmen. Wie weit wäre das?
- b) Sie besinnen sich dann doch eines besseren (Wasser saukalt, voller Fische und Enten) und wollen möglichst schnell an Land kommen. Allerdings schwimmen Sie nicht gegen Westen (wie weit wäre das?), sondern an die südliche Küste, weil dann Strandbar viel näher. Wie weit ist das?
- c) Sie fliehen, werden aber von der Strömung abgetrieben so, dass Sie effektiv im Punkt $L(7/y)$ an Land kommen. Unter welchem Winkel werden Sie abgetrieben?
- d) Der Bucher bemerkt Ihren Ausbruch und jagt mit seinem Boot von Stahlcatraz Richtung Stadelhafen. Auf halber Strecke (ja, der ist ganz schön raffiniert, weißt du) stoppt er und sucht mit seinem Infrarotnachtsuchgerät die Bucht ab. Die Reichweite seines IRNSG beträgt 5 km, weil, das hat er so in der Packungsbeilage gelesen. Berechnen Sie die Strecke, die Sie im „gefährlichen“ Bereich schwimmen.

Hinweis „unschöne“ Zahlen!

- e) Wären Sie auch in den gefährlichen Bereich geraten, wenn Sie die Strömung nicht abgetrieben hätte?
- f) Sieht der Bucher Sie wirklich oder entkommen Sie unerkannt? Dazu:
 - *Fluchtversuch: 23.00 Lokalzeit; Schwimmtempo: 7 km/h*
 - *Bucher riecht den Braten: 0.07; Buchers Rudertempo: 20 km/h*



Robben Island, Gefangeneninsel in Südafrika

4 Lösungen Beispiele & Aufgaben

Beispiel 1

a₁) • P liegt nicht auf g; Q liegt auf g für $t = -4$;
 • „laufender“ Punkt $P(-4 + t/2 - 2t)$

a₂) $g(AB): \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) Schnittpunkt $S(-3/-1)$, Schnittwinkel $\gamma = 90^\circ$, die Geraden stehen *senkrecht* zueinander

c) Abstand 5: $L_1(-2/0)$, $L_2(2/2)$; Abstand 6: $L_1(-3.58/-0.79)$, $L_2(3.58/2.79)$; Abstand $d = 2\sqrt{5} \approx 4.47$

Beispiel 2

a) Schnittpunkt $S(4/5)$, Schnittwinkel $\gamma = 36.9^\circ$

b) Qualitativ richtig ist die Abbildung unten links

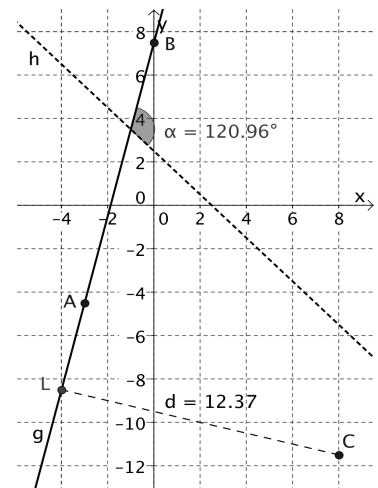
Beispiel 3

a) ... es gibt kein t ...

b) Abstand $d = \sqrt{153} \approx 12.4$

c) Schnittpunkt $S(-1/3.5)$

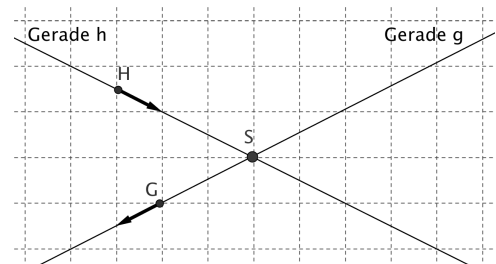
Schnittwinkel $\alpha = 121.0^\circ$ bzw. $\alpha' = 180^\circ - 121.0^\circ = 59.0^\circ$



Beispiel 4

a) $S(-2/4)$, $\alpha = 153.4^\circ$

b) Eine Möglichkeit ist abgebildet.
 Gibt es noch weitere?

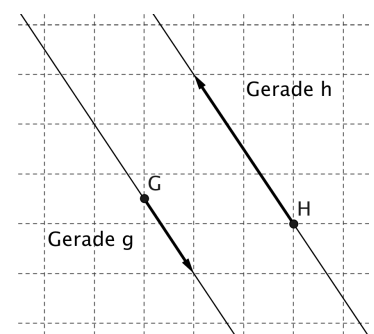


Beispiel 5

a) Es gibt keinen Schnittpunkt und damit auch keinen Schnittwinkel.
 Die Geraden sind *parallel*. Auch ohne Rechnung lässt sich dies sehen:

die Richtungsvektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ sind nämlich *kollinear*.

b) Eine Möglichkeit ist abgebildet. Gibt es noch weitere?



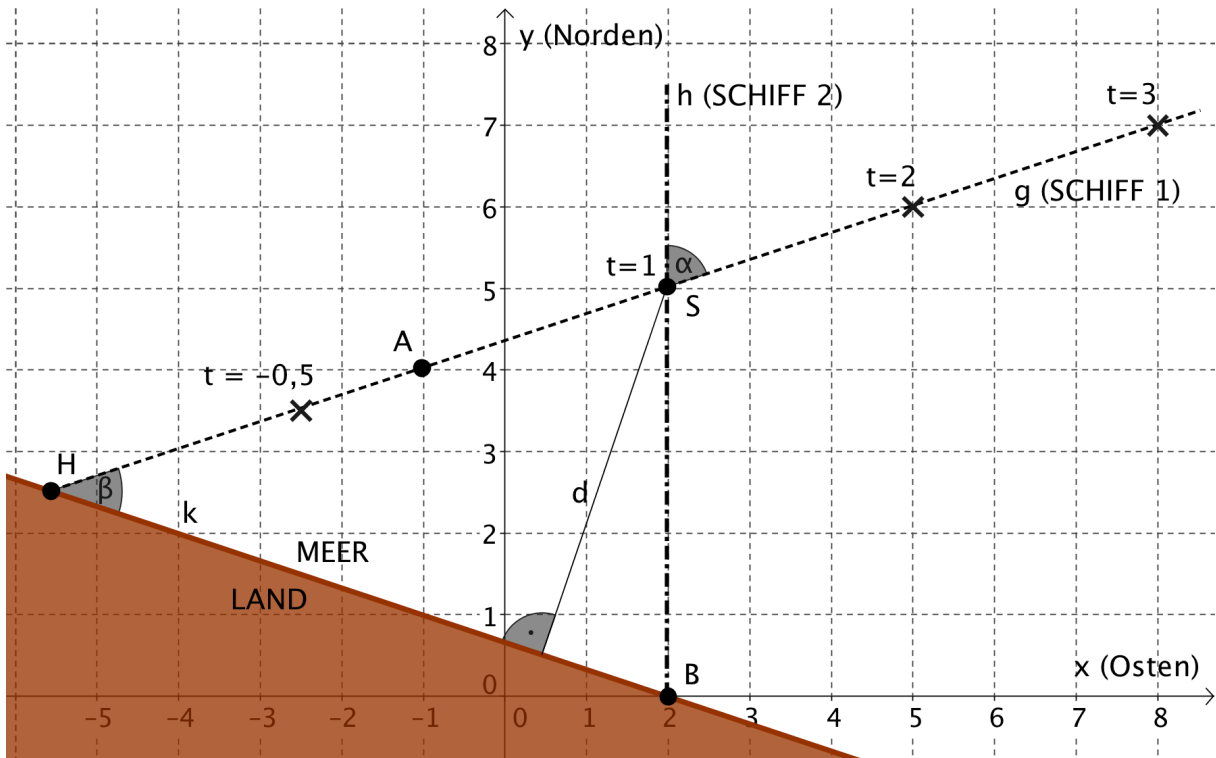
Aufgabe 1

a) 13.00 Uhr, also $t = 1$: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, Schiff befindet sich bei $P_1(2/5)$ (= S)

14.00 Uhr, also $t = 2$: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, Schiff befindet sich bei $P_2(5/6)$

15.00 Uhr, $t = 3$: Schiff bei $P_3(8/7)$; 11.30, $t = -0.5$: Schiff bei $P_{-0.5}(-2.5/3.5)$

Allgemein: zum Zeitpunkt t befindet sich das Schiff im „laufenden Punkt“ $P_t(-1 + 3t / 4 + t)$



b) Himmelsrichtung: Ost–Nord–Ost; Geschwindigkeit $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \approx 3.2 = 32 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

c) $\begin{pmatrix} 30.5 \\ 14.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ zB: x-Komponente: $30.5 = -1 + 3t \Rightarrow t = 10.5$. Es dauert 10.5 Stunden.

d) $\begin{pmatrix} 20 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ x-Komponente: $20 = -1 + 3t \Rightarrow t = 7$
 \Rightarrow y-Komponente: $y = 4 + 7 \cdot 1 = 11$. Nach 7 Stunden im Punkt $P(20/11)$

e) vgl. Abbildung. $S(2/5)$, $\alpha = 71.6^\circ$

Bemerkung: eine mögliche „Fahrt“ von Schiff 2 wäre: $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

f) Alle Vorschläge sind richtig. Man sieht: eine Gerade kann ganz verschieden aussehende Gleichungen haben!

Weiterer Vorschlag: $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Bemerkung Wie ist das bei einer Schifffahrt, wenn man die Gleichung „ändert“?

g) Zu berechnen ist der Schnittpunkt T der Geraden g und k.

$$g \cap k: \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (\text{ACHTUNG! Variable } s \text{ w\u00e4hlen f\u00fcr zweite Gerade! Warum?})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 + 3t = -1 + 6s \\ 4 + t = 1 - 2s \end{cases} \Rightarrow t = -1.5 \Rightarrow T = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} - 1.5 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.5 \\ 2.5 \end{pmatrix}, \text{ also im Punkt } T(-5.5/2.5)$$

Beachte Es spielt keine Rolle, welche Gleichung man w\u00e4hlt. (Es w\u00fcrde sich nur s ver\u00e4ndern, aber nicht T .)

h) $\beta = 36.9^\circ$

i) $d \approx 4.7$ also ca. 47 km

Aufgabe 2

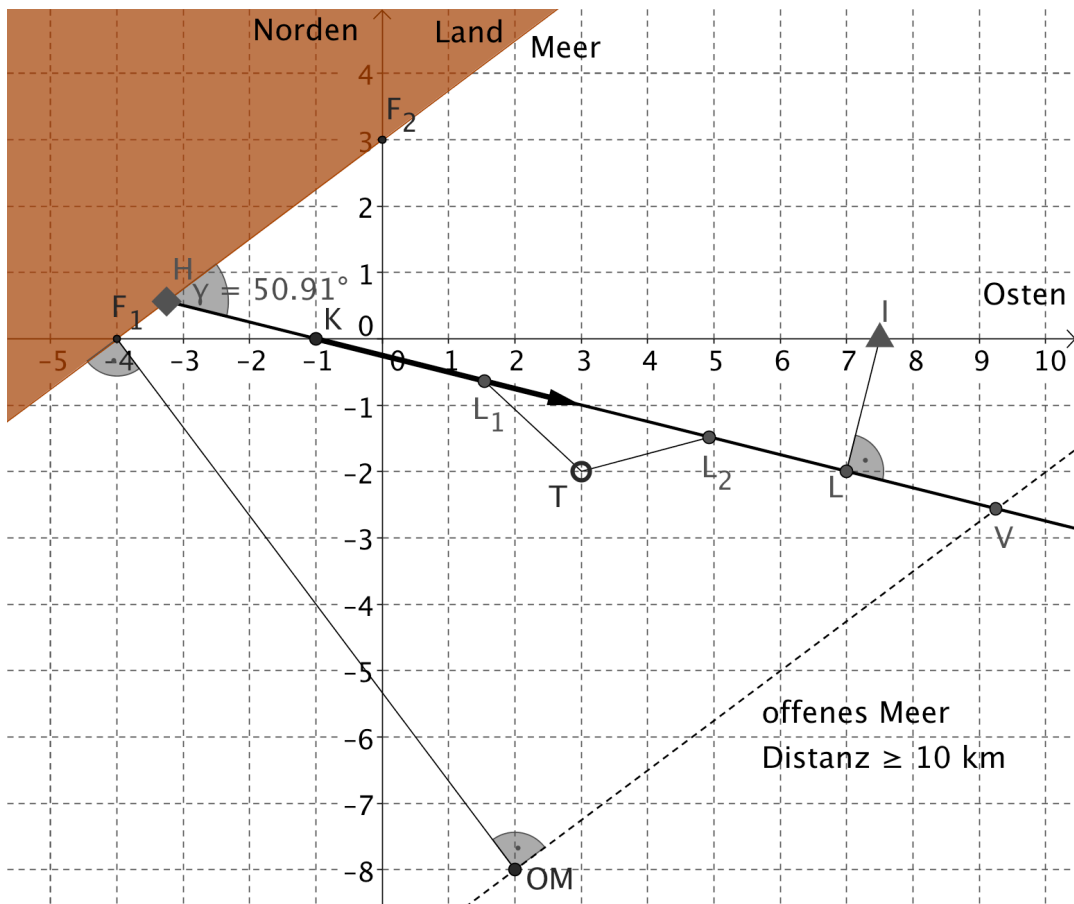
a) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$; Ost-S\u00fcd-Ost; $v_k = \sqrt{17}$ km/h

b) $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $H(-3.25/0.56)$; vor ca. 34 Minuten; $\gamma = 51.0^\circ$

c) 2.06 km

d) zwischen $t_1 = 0.63$ und $t_2 = 1.48$ bzw. den Punkten $L_1(1.54/-0.63)$ und $L_2(4.93/-1.48)$

e) nach ca. 2 Stunden 34 Minuten

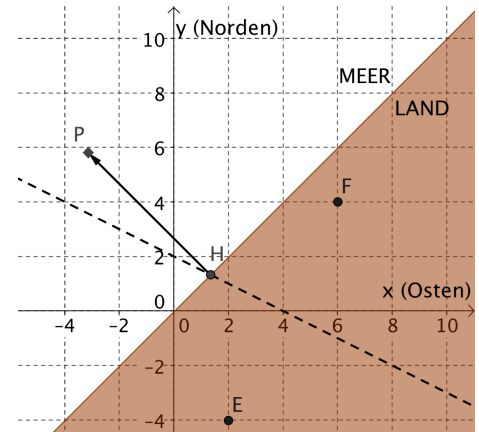


Aufgabe 3

a) vgl Abbildung; H(1.33/1.33)

b) 5.37 km

c) $P = H + \frac{6.5}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.26 \\ 5.92 \end{pmatrix}$, also P(-3.26/5.92)



Aufgabe 004

Abkürzungen: SC = Stahlcatraz; SB = Standbar; SH = Stadelhafen

a) $d = \overline{SC SB} = 10.3 \text{ km}$

b) Möglichst schnell heisst: möglichst direkt und damit senkrecht zum Land. Der Abstand zur Küstenlinie im Westen ist 8 km. Der Abstand zur südlich gelegenen Küstenlinie muss berechnet werden:

$Q(10/0.5) \Rightarrow s = \overline{SC Q} = \sqrt{68} \approx 8.2 \text{ km}$

c) $\alpha \approx 20.6^\circ$

d) Halbe Strecke erreicht bei M(4/3.25). IRNSG sucht innerhalb eines Kreises k mit Radius 5.

Sie schwimmen bei X in die gefährliche Zone. X berechnen wir mit $|\overline{MX}| = 5 \Rightarrow X(7.77/6.53)$

\Rightarrow gefährliche Strecke $XL \approx 6.8 \text{ km}$ (Alternative Berechnung möglich mit Hilfe von Pythagoras...)

e) Nein (Mist)! Der Abstand von M zu s beträgt nämlich 5.15 km.

f) $t = \frac{s}{v} \Rightarrow t(\text{Bucher}) = \frac{\overline{SC M}}{20} = \frac{6.6}{20} = 0.33 \text{ h} = 19.8 \text{ Minuten}$; $t(\text{Sie}) = \frac{\overline{SC L}}{7} = \frac{8.81}{7} = 1.26 \text{ h} = 75.5 \text{ Minuten}$

Sie entkommen! **Bemerkung** Ihre 7 km/h sind nahe am Weltrekord über 100 m Crawl. Chapeau.

